

Nachschreibeklausur

Lösung

1.) Aufgabe:

Gesucht ist eine ganzrationale Funktion f dritten Grades, deren Graph bei 1 eine Nullstelle und einen Hochpunkt, im Punkt $(-1 / y)$ die Steigung 2 und einen Wendepunkt bei $x = \frac{1}{3}$ hat.

- a.) Bestimme die Bedingungen für die Funktionsgleichung und stelle das Gleichungssystem auf.

$$f(1)=0, f'(1)=0, f'(-1)=2, f''(1/3)=0$$

$$a+b+c+d=0, 3a+2b+c=0, 3a-2b+c=2, 2a+2b=0$$

- b.) Löse das Gleichungssystem und bestimme die Funktionsgleichung.

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

(Hinweis: falls du in a.) und b.) keine Funktion bestimmen konntest, benutze für die Aufgabenteile c.) und d.) die Funktion $g(x) = x^3 - x^2 - x + 1$)

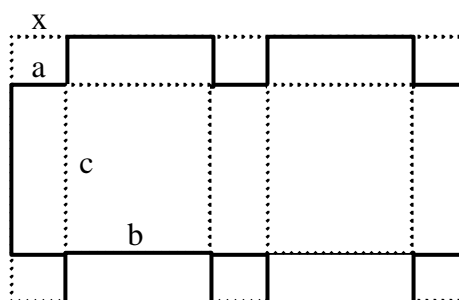
- c.) Überprüfe **rechnerisch** mit Begründung, ob die gefundene Funktion f (bzw. die Ausweichfunktion g) einer Lösung der gesuchten Funktion entspricht.

$$f''(x) = 3x-1 \Rightarrow f''(1) = 2 \Rightarrow \text{TP}, \quad g''(x) = 6x-2 \Rightarrow g''(1) = 4 \Rightarrow \text{TP}$$

- d.) Überprüfe **zeichnerisch** mit Begründung, ob die gefundene Funktion f (bzw. die Ausweichfunktion g) einer Lösung der gesuchten Funktion entspricht.

2.) Aufgabe:

Von einem rechtwinkligen, 30 cm langen und 20 cm breiten Stück Pappe werden Quadrate abgeschnitten. Aus dem Rest soll eine Schachtel mit möglichst großem Rauminhalt gefaltet werden. Dabei greift der Deckel auf drei Seiten über.



- a.) Beschrifte die notwendigen Seiten und stelle die Extremalbedingung **EB** auf.

$$V(a,b,c) = a \cdot b \cdot c$$

- b.) Bestimme die Nebenbedingung **NB**.

$$a = x, \quad b = \frac{30-3x}{2}, \quad c = 20-2x$$

Nachschreibeklausur

Lösung

c.) Bestimme die Zielfunktion **ZF** und gib für die Unbekannte deiner Zielfunktion den

Definitionsbereich an (den Geltungsbereich!). (Zwischenlösung: $V(x) = 3x^3 - 60x^2 + 300x$)

$$V(x) = x \cdot \frac{30-3x}{2} \cdot (20-2x) = 3x^3 - 60x^2 + 300x \quad 0 \leq x \leq 10$$

d.) Löse das Extremwertproblem und gib an welche Maße die Schachtel hat.

$$V'(x) = 9x^2 - 120x + 300, \quad V'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{10}{3} \vee x = 10$$

$$V''(x) = 18x - 120 \Rightarrow V''\left(\frac{10}{3}\right) < 0 \Rightarrow \text{HP}$$

$$\text{Randextrema? } V(0) = 0, V(10) = 0$$

$$a = \frac{10}{3} \quad b = 10 \quad c = \frac{40}{3}$$

3.) Aufgabe:

Zwei Geraden $g_1(x) = m_1x + b_1$ und $g_2(x) = m_2x + b_2$ schneiden sich senkrecht, falls für das Produkt der Steigungen gilt:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

a.) Zeige, dass sich die Geraden $g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2$ und $g_2(x) = -2x - 3$ senkrecht schneiden

und berechne ihren Schnittpunkt S.

$$S(-2/1) \quad \frac{1}{2} \cdot (-2) = -1$$

b.) Gegeben sei die Funktionen $f(x) = x^3 - 6x$. Eine Gerade soll senkrecht zu der Tangente an den Funktionsgraphen von f an der Stelle $x = 1$ verlaufen. Welche Steigung muss diese Gerade haben ?

$$f'(x) = 3x^2 - 6 \quad f'(1) = -3 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$$