Hinweiszettel zur Nachschreibeklausur am 30.04.03

Da ich es versäumt habe, euch Aufgabenzettel zur Verfügung zu stellen, bekommt ihr jetzt einen Zettel mit Hinweisen und Aufgaben zur Nachschreibeklausur am 30.04.03.

Hinweise: Thema der Klausur ist die Integralrechnung und deren Interpretation.

D.h. ihr solltet im rein mathematischen Sinne können:

D.h. ihr solltet im rein mathematischen Sinne können:

- Stammfunktionen mit Hilfe der „normalen“ Aufleitungs- bzw. Integrationsregeln und der Substitutionsregel bestimmen,
- Nullstellen von Funktionen ausrechnen,
- Integrale ausrechnen,
- Ableitungen mit Hilfe der Produkt-, Ketten-, Summen- und Faktorregel bestimmen,
- Hoch-, Tief- und Wendepunkte bestimmen,
- Funktionswerte von f, f' oder auch f'' z.B. an der Stelle x=2 oder auch x=2 k ausrechnen

und im angewandt mathematischen Sinne sollte ihr folgendes beherrschen:

- Interpretation der Steigung eines Funktionsgraphen im Sinne der Funktion. D.h. z.B. wenn der Graph einer Geschwindigkeitsfunktion steigt, die Steigung also positiv ist, dann steigt auch die Geschwindigkeit des zugehörigen Gegenstands.
- Interpretation der Funktionswerte einer Funktion. D.h. z.B., wenn der Funktionswert einer Geschwindigkeitsfunktion an der Stelle x=2 (x in Sekunden) den Wert f(2) = 5 cm/s annimmt, dann hat der Gegenstand nach 2 Sekunden eine Geschwindigkeit von 5 cm/s.
- Bedeutung des Integrals in Abhängigkeit der Einheiten von x und f(x). D.h. z.B., wenn wir ein Integral über eine Geschwindigkeitsfunktion f auf dem Intervall von a bis b mit x in Sekunden und f(x) in cm/s ausrechnen, dann hat der Integralwert der Funktion die Einheit cm/s · s = cm. Also entspricht in diesem Fall der Integralwert der Länge des Weges, die sich der Gegenstand vom Ort zum Zeitpunkt a bis zum Zeitpunkt b effektiv wegbewegt hat. Bei unsren Badewannen entspricht das dann der Wassermenge, die effektiv hinzugekommen ist. Dieses ist nicht zu verwechseln mit der insgesamt gefahrenen Strecke oder aber insgesamt geflossenen Wassermenge.#
- Bedeutung der Fläche, die ein Funktionsgraph mit der x-Achse auf dem Intervall von a bis b einschließt im Zusammenhang mit der zugrundeliegenden Funktion. Wir berechnen die Fläche zwar mit Hilfe der Integralrechnung (nämlich unter Berücksichtigung der Nullstellen) müssen dann aber auch das Ergebnis anders interpretieren. D.h. z.B., wenn wir eine Fläche über eine Geschwindigkeitsfunktion f auf dem Intervall von a bis b mit x in Sekunden und f(x) in cm/s ausrechnen, dann hat die „Fläche“ zwischen Funktionsgraph und x-Achse die Einheit cm/s · s = cm und in diesem Fall entspricht die Fläche der Länge der insgesamt gefahrenen Strecke, die der Gegenstand vom Zeitpunkt a bis zum Zeitpunkt b zurückgelegt hat. Bei dem Badewannenmodell entspräche dies der insgesamt geflossenen Wassermenge.

Das klingt jetzt zwar alles ein bisschen seltsam, aber genau nur das haben wir eigentlich in den Wochen vor den Osterferien gemacht.

Hier jetzt noch ein paar Aufgaben zur Übung (Lösung folgt!):

a.) Berechne folgende Integrale:

$\int_{-2}^{3} \frac{1}{2}x^3 - 0{,}4x + 2dx$ $\int_{-k}^{1{,}5k} -2 \cdot x^2 - k \cdot x + 4 \cdot k^2 \; dx$ $\int_{0}^{4} x \cdot e^{3x^2-4} dx$ $\int_{-3}^{-1} (2x-4)^5 \, dx$

b.) Bestimme die Nullstellen

$0{,}5x^2 - 2x + 1{,}5 = 0$ $3x^3 - 12x = 0$ $(2x-1)\; e^{x2-4} = 0$

c.) Bilde die ersten Ableitungen

$f(x) = x^2 \, e^{2x-4}$ $g(x) = (x^2 - 4x)^6$ $h_k(x) = \frac{k}{2}x^2 - e^{-kx^2+4}$

d.) Interpretiere

(A[2,3] sei dabei die Fläche die der Funktionsgraph mit der x-Achse zwischen 2 und 3 einschließt)

f sei Geschwindigkeitsfunktion mit x in Stunden und y in km /h

Was bedeutet dann $\int_{1}^{6} f(x)\, dx = 10$ und welche Einheit hat das Ergebnis?

Was bedeutet dann $A[1{,}6] = 15$ und welche Einheit hat das Ergebnis?

Kann $A[1{,}6] < \int_{1}^{6} f(x)\, dx$ sein?

Welche Bedeutung und welche Einheit hat die erste Ableitung von f?