

Station 2 Lösung Gleichungen

Bestimme die Lösungen der folgenden Gleichungen.

(1)

$$x^3 - 2x^2 + x = 2x^2 - 2 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + x + 2 = 0 \quad \text{Raten der ersten Nullstelle führt zu } x_0$$

$$\text{Polynomdivision führt zu } (x^3 - 4x^2 + x + 2) : (x - 1) = (x^2 - 3x - 2)$$

$$\text{Löse } x^2 - 3x - 2 = 0 \text{ mit Lösungsformel } x_1 = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{17}{4}} \quad \text{und} \quad x_2 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{17}{4}}$$

(2) $2e^{2x+1} = 10 \Leftrightarrow e^{2x+1} = 5 \quad | \ln \Leftrightarrow 2x+1 = \ln 5 \Leftrightarrow 2x = \ln 5 - 1 \Leftrightarrow x = \frac{\ln 5 - 1}{2}$

(3)

$$2x^2 + \frac{1}{2}kx = 4k^2 - \frac{3}{2}kx \Leftrightarrow 2x^2 + \frac{1}{2}kx - 4k^2 + \frac{3}{2}kx = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + \frac{4}{2}kx - 4k^2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 2kx - 4k^2 = 0 \quad | :2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + kx - 2k^2 = 0 \quad \text{mit Lösungsformel}$$

$$x_1 = -\frac{k}{2} + \sqrt{\frac{k^2}{4} + 2k^2} \quad \text{und} \quad x_2 = -\frac{k}{2} - \sqrt{\frac{k^2}{4} + 2k^2}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -\frac{k}{2} + \sqrt{\frac{9k^2}{4}} \quad \text{und} \quad x_2 = -\frac{k}{2} - \sqrt{\frac{9k^2}{4}}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -\frac{k}{2} + \frac{3k}{2} = \frac{2k}{2} = k \quad \text{und} \quad x_2 = -\frac{k}{2} - \frac{3k}{2} = -\frac{4k}{2} = -2k$$

(4)

$$e^{x^2-1} - 1 = 0 \Leftrightarrow e^{x^2-1} = 1 \quad | \ln \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

(5)

$$\frac{1}{2}e^{2x+1} = e^x \quad | \cdot 2 \Leftrightarrow e^{2x+1} = 2e^x \quad | : e^x \Leftrightarrow \frac{e^{2x+1}}{e^x} = 2 \Leftrightarrow e^{2x+1-x} = 2$$

$$\Leftrightarrow e^{x+1} = 2 \quad | \ln \Leftrightarrow x+1 = \ln 2 \Leftrightarrow x = \ln 2 - 1$$

(6)

$$(x^2 - 1) \cdot (x^2 - 3) = 5x^2 + 3 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 3 = 5x^2 + 3 \quad | -3; -5x^2 \Leftrightarrow x^4 - 9x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 \cdot (x^2 - 9) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \vee x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm 3$$

(7)

$$(2 + 2kx) \cdot e^{x^2-1} = 0 \Leftrightarrow 2 + 2kx = 0 \vee e^{x^2-1} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 + 2kx = 0 \Leftrightarrow 2kx = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{2k} = -\frac{1}{k} \quad \text{für } k \neq 0$$