

Übungsklausur

1.) Aufgabe:

Berechne die erste Ableitung. Fasse den Ableitungsterm auch zusammen.

$$a.) f(x) = 2x^{-2} - 3x^3 - x + 5$$

$$b.) f(x) = -\frac{1}{4}x^{-4} + \frac{1}{3}x^{\frac{4}{3}}$$

$$c.) f(x) = c - a^2x^3 - \frac{3}{4}b^2x$$

Bei den Ableitungen hast du die Summen- und Faktorregel benutzt.

$$f(x) = g(x) + h(x) \Rightarrow f'(x) = g'(x) + h'(x)$$

$$f(x) = a \cdot g(x) \Rightarrow f'(x) = a \cdot g'(x)$$

Benutze folgende Ableitungen der trigonometrischen Funktionen,

$$f(x) = \sin(x) \Rightarrow f'(x) = \cos(x)$$

$$f(x) = \cos(x) \Rightarrow f'(x) = -\sin(x)$$

um die folgenden Funktionen einmal abzuleiten:

$$d.) g(x) = \sin(x) + \cos(x)$$

$$e.) g(x) = 2 \cdot \sin(x) - 3 \cdot \cos(x) + 1$$

2.) Aufgabe:

Ein Sportplatz hat die Form eines Rechtecks mit zwei angesetzten Halbkreisen. Der Umfang soll eine 400m-Laufbahn ergeben. Wie müssen die Abmessungen des Platzes gewählt werden, damit das Fußballfeld eine möglichst große Fläche erhält?

- Skizziere den Sportplatz und bezeichne die für die Lösung notwendigen Seiten und Kanten.
- Stelle die Extremalbedingung auf.
- Bestimme die Nebenbedingung unter Zuhilfenahme der Formel für den Umfang eines Kreises:

$$U = 2 \cdot p \cdot r.$$
- Bestimme die Zielfunktion und gib für die Unbekannte deiner Zielfunktion den Definitionsbereich an (den Geltungsbereich!).
- Löse das Extremwertproblem und gib an, bei welchen Maßen das Fußballfeld maximal wird und wie groß das Fußballfeld ist.

3.) Aufgabe:

Von einer ganzrationalen Funktion vierten Grades, die symmetrisch zur y-Achse ist, ist folgendes bekannt:

- die Funktion hat bei $x=1$ einen Extrempunkt
 - die Tangente im Punkt $(2/y)$ läuft parallel zur Geraden $g(x) = -48 \cdot x + 2$
 - die Funktion läuft durch den Punkt $(-1/2)$.
- Stelle die Bedingungen mit Begründung auf.
 - Löse das Gleichungssystem und bestimme die Funktion.
 - Hat die Funktion bei 0 einen Tief- oder Hochpunkt? Löse graphisch oder rechnerisch mit Begründung.