Übungsaufgaben 7
Lösung

Schreibe die Aufgabe in dein Heft. Falls du Probleme hast, schau erst bei den Lösungshinweisen, ob du dort nicht vielleicht Hilfe findest.

Wenn dir die Hilfen auch nicht weiterhelfen, nutze das Emailformular.

* Aufgaben sind etwas knifflig!

Steckbriefaufgaben

***Aufgabe 1**
Bei einem verbrauchsminimierten Versuchswagen werden folgende Beobachtungen gemacht:

a.) Der Benzinverbrauch (in Liter/100km) lässt sich in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit x (in m/s) durch eine Funktion $f(x) = ax^2 + c$ beschreiben. Die Konstante c kommt vom Rollwiderstand, der Summand ax^2 vom Luftwiderstand. Es gilt: f(10)=0,725 ; f(20)=1,1. Bestimme f.
Lösung:
$$100a + c = 0{,}725$$
$$400a + c = 1{,}1$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{800}x^2 + 0{,}6$$

b.) Bei welcher Geschwindigkeit sind die beiden Verbrauchsanteile gleich groß?
Lösung:
$$\frac{1}{800}x^2 = 0{,}6 \Leftrightarrow x^2 = 480 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{480} \approx \pm 21{,}91$$
Bei einer Geschwindigkeit von ca. 21,91 kmh/h ist der Luftwiderstand gleich dem Rollwiderstand.

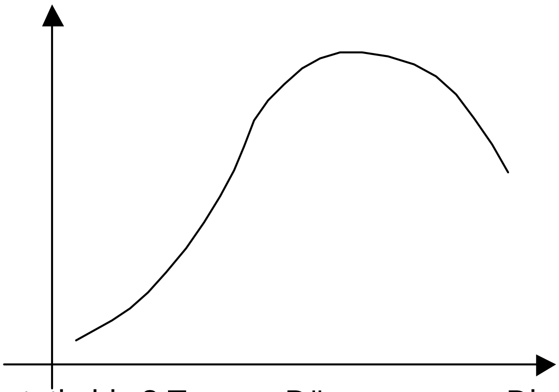
c.) Wie weit käme man mit einem Liter Benzin bei einer Geschwindigkeit von 10m/s?
Lösung:
$$f(10) = \frac{1}{800}10^2 + 0{,}6 = 0{,}725\ Liter\ \ pro\ 100\,km$$
$$mit\ \ Dreisatz$$
$$0{,}725\,l \,\hat{=}\, 100\,km$$
$$1\,l \,\hat{=}\, 137{,}93\,km$$
Er kommt 137,93 km weit.

Übungsaufgaben 7
Lösung

***Aufgabe 2**
Zwölf Versuchsfelder von vergleichbarer Qualität liefern folgende Weizenerträge f(x) (in Tonnen) in Abhängigkeit von der zugeführten Düngermenge x (in Tonnen):

Düngermenge	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Weizenertrag	**2**	**5**	**9**	**14**	**18**	**21**	**23**	**24**	**23**	**21**	**18**	**15**

a.) Zeichne die Punkte in ein Koordinatensystem. Beschreibe den Ertragsverlauf.



Der Ertrag steigt stetig bis 8 Tonnen Düngermenge. Die Überdüngung (>8 Tonnen) führt dann sogar dazu , dass der Ertrag zurückgeht.

b.) Die Punkte lassen als Ertragsverlauf eine ganzrationale Funktion dritten Grades vermuten, die z.B. aus folgenden Bedingungen bestimmt werden kann:
Das Schaubild verlaufe durch O(0/0), P(1/2), Q(3/9) und habe an der Stelle x=8 ein Maximum. Zeige, dass unter diesen Bedingungen

$f(x)=\frac{1}{262}(-19x^3+207x^2+336x)$ gilt.

Lösung:
Wir suchen eine ganzrationale Funktion dritten Grades, die die angegebenen Bedingungen erfüllt. Wir machen es uns leicht und überprüfen, ob die angegebene Funktion die Bedingung erfüllt. D.h. wir machen uns also nicht die Mühe, die Funktion durch ein Gleichungssystem zu bestimmen.
Kontrolle: f(0)=0 gilt, f(1)=2 gilt, f(3)=9 gilt,

$$f'(x)=\frac{1}{262}(-57x^2+414x+336),\ f''(x)=\frac{1}{262}(-104x+414)$$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{262}(-57x^2+414x+336)=0 \Leftrightarrow -57x^2+414x+336=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-\frac{414}{57}x-\frac{336}{57}=0 \Rightarrow x=8 \vee x=-\frac{42}{57}$$

$$f''(8)=-\frac{418}{262}<0 \Rightarrow HP$$

gilt auch. Fertig!

c.) Stelle eine Wertetabelle für f(x) auf, vergleiche mit der Versuchstabelle und zeichne ein Schaubild von f in das vorhandene Koordinatensystem.

Lösung:
Wir sehen schon anhand der ersten drei Werte von f, dass diese Werte von den Originalwerten schon abweicht. Aber die Zeichnung sparen wir uns hier jetzt.

d.) Bei welcher Düngermenge ist der Ertragszuwachs $f'(x)$ am größten?
Lösung:
Wir müssen also den HP von f' berechnen.

$$f''(x) = \frac{1}{262}(-104x + 414)$$

$$f'''(x) = -\frac{104}{262}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{262}(-104x + 414) = 0 \Leftrightarrow -104x + 414 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{207}{52}$$

$$f'''\left(\frac{207}{52}\right) = -\frac{104}{262} < 0 \Rightarrow HP$$

Der Ertragszuwachs ist bei einer Düngermenge von 3,98 t am größten.

e.) Bei welchem Düngereinsatz ist der Durchschnittsertrag $\frac{f(x)}{x}$ am größten?

$$d(x) = \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{262}(-19x^2 + 207x + 336)$$

$$d'(x) = \frac{1}{262}(-38x + 207), d''(x) = -\frac{38}{262} = -\frac{19}{131}$$

$$d'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{262}(-38x + 207) = 0 \Leftrightarrow -38x + 207 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{207}{38} \approx 5{,}45$$

$$d''(5{,}45) = -\frac{19}{131} < 0 \Rightarrow HP$$

Bei einem Düngereinsatz von 5,45 t ist der Durchschnittsertrag am größten.