Übungsaufgaben 6
Lösung

Schreibe die Aufgabe in dein Heft. Falls du Probleme hast, schau erst bei den Lösungshinweisen, ob du dort nicht vielleicht Hilfe findest.

Wenn dir die Hilfen auch nicht weiterhelfen, nutze das Emailformular.

Steckbriefaufgaben

Lösung

a.)

$$f(x) = ax^4 + bx^2 + c$$
$$f''(0) = 0,$$
$$f(0) = 2,$$
$$f(1) = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = x^4 + 2 \ \text{überprüfen der Wendepunkteigenschaft}$$
$$f''(x) = 12x^2 \ f'''(x) = 24x$$
$$\Rightarrow f'''(0) = 0 \ (\text{Keine Aussage möglich})$$
$$\text{Vorzeichenwechselkriterium liefert bei } 0 \text{ keinen Vorzeichenwechsel}$$
$$\Rightarrow \text{kein Wendpunkt} \Rightarrow \text{Lösung existiert nicht!!!}$$

b.)

$$f(x) = ax^4 + bx^2 + c$$
$$f''(2) = 0,$$
$$f(2) = 0,$$
$$f'(2) = -\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{48}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}$$
$$\text{überprüfen der Wendepunkteigenschaft}$$
$$f''(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1 \ \ f'''(x) = \frac{1}{2}x \ \Rightarrow f'''(2) = 1 > 0 \Rightarrow WP \text{ bei } x = 2$$
$$\Rightarrow \text{Lösung existiert}$$

c.)

$$f(x) = ax^4 + bx^2 + c$$
$$f(2) = 0,$$
$$f'(0) = 0,$$
$$f'(2) = -\frac{4}{3}$$

Wir können diese Aufgabe nicht eindeutig lösen. Wir kommen nur auf zwei Bedingungen. Die Bedingung f'(0)=0 gilt für alle Funktionen vierten Grades, deren Graphen achsensymmetrisch zur y-Achse verlaufen.
Wenn wir trotzdem lösen, erhalten wir:

$$f_c(x) = \left(-\frac{1}{12} + \frac{1}{16}c\right) \cdot x^4 + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}c\right) \cdot x^2$$

Bei dieser Funktion handelt es sich um eine sogenannte Funktionenschar.

Definition:
Enthält ein Funktionsterm außer der Variablen x noch eine weitere Variable a (oder c), die sogenannte Formvariable oder der Parameter, so gehört zu jedem möglichen Wert von a eine Funktion $f_a(x)$. Die Menge dieser Funktionen nennt man eine Funktionenschar, ihre Schaubilder eine Kurvenschar.